ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные

содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных

задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о

выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится 272 часа: в 10 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 11 классе – 136 часов (4 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

11 КЛАСС

Числа и вычисления

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы,

готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в **10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач;

свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы 2×2 и его геометрический смысл, использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений, моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь представление о константе;

использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера;

свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Множества и логика:

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона-Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Множество действительных чисел. Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений	24	1		
2	Функции и графики. Степенная функция с целым показателем	12	1		
3	Арифметический корень n-ой степени. Иррациональные уравнения	15	1		
4	Показательная функция. Показательные уравнения	10	1		
5	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения	18	1		
6	Тригонометрические выражения и уравнения	22	1		
7	Последовательности и прогрессии	10	1		
8	Непрерывные функции. Производная	20	1		
9	Повторение, обобщение, систематизация знаний	5	2		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		136	10	0	

11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Исследование функций с помощью производной	22	1		
2	Первообразная и интеграл	12	1		
3	Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства	14	1		
4	Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства	24	1		
5	Комплексные числа	10	1		
6	Натуральные и целые числа	10	1		
7	Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений	12	1		
8	Задачи с параметрами	16	1		
9	Повторение, обобщение, систематизация знаний	16	2		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		136	10	0	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Множество, операции над множествами и их свойства	1				
2	Диаграммы Эйлера-Венна	1				
3	Применение теоретико-множественного аппарата для решения задач	1				
4	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	1				
5	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	1				
6	Применение дробей и процентов для решения прикладных задач	1				
7	Применение дробей и процентов для решения прикладных задач	1				
8	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа	1				
9	Арифметические операции с действительными числами	1				
10	Модуль действительного числа и его свойства	1				

11	Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений	1				
12	Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств	1				
13	Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств	1				
14	Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств	1				
15	Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу	1				
16	Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета	1				
17	Решение систем линейных уравнений	1				
18	Решение систем линейных уравнений	1				
19	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения	1				
20	Определитель матрицы 2×2, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения	1				
21	Применение определителя для решения системы линейных уравнений	1				

22	Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений	1				
23	Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений	1				
24	Контрольная работа: "Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений"	1	1			
25	Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций	1				
26	График функции. Элементарные преобразования графиков функций	1				
27	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знак постоянства	1				
28	Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции	1				
29	Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке	1				
30	Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции	1				
31	Элементарное исследование и построение графиков этих функций	1				
32	Элементарное исследование и построение графиков этих функций	1				
33	Степень с целым показателем. Бином	1				

	Ньютона					
34	Степень с целым показателем. Бином Ньютона	1				
35	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график	1				
36	Контрольная работа: "Степенная функция. Её свойства и график"	1	1			
37	Арифметический корень натуральной степени и его свойства	1				
38	Арифметический корень натуральной степени и его свойства	1				
39	Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни	1				
40	Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни	1				
41	Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни	1				
42	Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений	1				
43	Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений	1				
44	Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений	1				
45	Равносильные переходы в решении	1				

	иррациональных уравнений					
46	Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений	1				
47	Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений	1				
48	Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений	1				
49	Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем	1				
50	Свойства и график корня n-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем	1				
51	Контрольная работа: "Свойства и график корня n-ой степени. Иррациональные уравнения"	1	1			
52	Степень с рациональным показателем и её свойства	1				
53	Степень с рациональным показателем и её свойства	1				
54	Степень с рациональным показателем и её свойства	1				
55	Показательная функция, её свойства и график	1				
56	Использование графика функции для решения уравнений	1				
57	Использование графика функции для решения уравнений	1				

58	Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений	1				
59	Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений	1				
60	Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений	1				
61	Контрольная работа: "Показательная функция. Показательные уравнения"	1	1			
62	Логарифм числа. Свойства логарифма	1				
63	Логарифм числа. Свойства логарифма	1				
64	Логарифм числа. Свойства логарифма	1				
65	Десятичные и натуральные логарифмы	1				
66	Десятичные и натуральные логарифмы	1				
67	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
68	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
69	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
70	Логарифмическая функция, её свойства и график	1				
71	Логарифмическая функция, её свойства и график	1				
72	Использование графика функции для решения уравнений	1				

73	Использование графика функции для решения уравнений	1				
74	Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений	1				
75	Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений	1				
76	Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений	1				
77	Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений	1				
78	Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений	1				
79	Контрольная работа: "Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения"	1	1			
80	Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента	1				
81	Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента	1				
82	Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента	1				
83	Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента	1				
84	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	1				

85	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	1				
86	Основные тригонометрические формулы	1				
87	Основные тригонометрические формулы	1				
88	Основные тригонометрические формулы	1				
89	Основные тригонометрические формулы	1				
90	Преобразование тригонометрических выражений	1				
91	Преобразование тригонометрических выражений	1				
92	Преобразование тригонометрических выражений	1				
93	Преобразование тригонометрических выражений	1				
94	Решение тригонометрических уравнений	1				
95	Решение тригонометрических уравнений	1				
96	Решение тригонометрических уравнений	1				
97	Решение тригонометрических уравнений	1				
98	Решение тригонометрических уравнений	1				
99	Решение тригонометрических уравнений	1				
100	Решение тригонометрических уравнений	1				
101	Контрольная работа: "Тригонометрические выражения и тригонометрические уравнения"	1	1			
102	Последовательности, способы задания последовательностей. Метод	1				

	математической индукции					
103	Монотонные и ограниченные последовательности. История анализа бесконечно малых	1				
104	Арифметическая прогрессия	1				
105	Геометрическая прогрессия	1				
106	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	1				
107	Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	1				
108	Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов	1				
109	Линейный и экспоненциальный рост. Число e. Формула сложных процентов	1				
110	Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	1				
111	Контрольная работа: "Последовательности и прогрессии"	1	1			
112	Непрерывные функции и их свойства	1				
113	Точка разрыва. Асимптоты графиков функций	1				
114	Свойства функций непрерывных на отрезке	1				
115	Свойства функций непрерывных на отрезке	1				
116	Метод интервалов для решения неравенств	1				

117	Метод интервалов для решения неравенств	1				
118	Метод интервалов для решения неравенств	1				
119	Применение свойств непрерывных функций для решения задач	1				
120	Применение свойств непрерывных функций для решения задач	1				
121	Первая и вторая производные функции	1				
122	Определение, геометрический смысл производной	1				
123	Определение, физический смысл производной	1				
124	Уравнение касательной к графику функции	1				
125	Уравнение касательной к графику функции	1				
126	Производные элементарных функций	1				
127	Производные элементарных функций	1				
128	Производная суммы, произведения, частного и композиции функций	1				
129	Производная суммы, произведения, частного и композиции функций	1				
130	Производная суммы, произведения, частного и композиции функций	1				
131	Контрольная работа: "Производная"	1	1			
132	Повторение, обобщение, систематизация	1				

	знаний: "Уравнения"					
133	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
134	Итоговая контрольная работа	1	1			
135	Итоговая контрольная работа	1	1			
136	Повторение, обобщение, систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		136	10	0		

11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
3	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
4	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
5	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
6	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
7	Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке	1				
8	Нахождение наибольшего и	1				

	наименьшего значения непрерывной функции на отрезке					
9	Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке	1				
10	Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке	1				
11	Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке	1				
12	Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке	1				
13	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах	1				
14	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах	1				
15	Применение производной для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком	1				
16	Применение производной для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком	1				

17	Композиция функций	1				
18	Композиция функций	1				
19	Композиция функций	1				
20	Геометрические образы уравнений на координатной плоскости	1				
21	Геометрические образы уравнений на координатной плоскости	1				
22	Контрольная работа: "Исследование функций с помощью производной"	1	1			
23	Первообразная, основное свойство первообразных	1				
24	Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных	1				
25	Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных	1				
26	Интеграл. Геометрический смысл интеграла	1				
27	Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница	1				
28	Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница	1				
29	Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур	1				
30	Применение интеграла для нахождения объёмов геометрических тел	1				
31	Примеры решений дифференциальных уравнений	1				

32	Примеры решений дифференциальных уравнений	1				
33	Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений	1				
34	Контрольная работа: "Первообразная и интеграл"	1	1			
35	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
36	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
37	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
38	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
39	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
40	Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности	1				
41	Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности	1				
42	Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности	1				
43	Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью	1				

	тригонометрической окружности					
44	Решение тригонометрических неравенств	1				
45	Решение тригонометрических неравенств	1				
46	Решение тригонометрических неравенств	1				
47	Решение тригонометрических неравенств	1				
48	Контрольная работа: "Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства"	1	1			
49	Основные методы решения показательных неравенств	1				
50	Основные методы решения показательных неравенств	1				
51	Основные методы решения показательных неравенств	1				
52	Основные методы решения показательных неравенств	1				
53	Основные методы решения логарифмических неравенств	1				
54	Основные методы решения логарифмических неравенств	1				
55	Основные методы решения логарифмических неравенств	1				
56	Основные методы решения логарифмических неравенств	1				

57	Основные методы решения иррациональных неравенств	1				
58	Основные методы решения иррациональных неравенств	1				
59	Основные методы решения иррациональных неравенств	1				
60	Основные методы решения иррациональных неравенств	1				
61	Графические методы решения иррациональных уравнений	1				
62	Графические методы решения иррациональных уравнений	1				
63	Графические методы решения показательных уравнений	1				
64	Графические методы решения показательных неравенств	1				
65	Графические методы решения логарифмических уравнений	1				
66	Графические методы решения логарифмических неравенств	1				
67	Графические методы решения логарифмических неравенств	1				
68	Графические методы решения показательных и логарифмических уравнений	1				
69	Графические методы решения показательных и логарифмических уравнений	1				

70	Графические методы решения показательных и логарифмических неравенств	1				
71	Графические методы решения показательных и логарифмических неравенств	1				
72	Контрольная работа: "Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства"	1	1			
73	Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа	1				
74	Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа	1				
75	Арифметические операции с комплексными числами	1				
76	Арифметические операции с комплексными числами	1				
77	Изображение комплексных чисел на координатной плоскости	1				
78	Изображение комплексных чисел на координатной плоскости	1				
79	Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа	1				
80	Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа	1				
81	Применение комплексных чисел для	1				

	решения физических и геометрических задач					
82	Контрольная работа: "Комплексные числа"	1	1			
83	Натуральные и целые числа	1				
84	Натуральные и целые числа	1				
85	Применение признаков делимости целых чисел	1				
86	Применение признаков делимости целых чисел	1				
87	Применение признаков делимости целых чисел: НОД и НОК	1				
88	Применение признаков делимости целых чисел: НОД и НОК	1				
89	Применение признаков делимости целых чисел: остатки по модулю	1				
90	Применение признаков делимости целых чисел: остатки по модулю	1				
91	Применение признаков делимости целых чисел: алгоритм Евклида для решения задач в целых числах	1				
92	Контрольная работа: "Теория целых чисел"	1	1			
93	Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы-следствия	1				
94	Система и совокупность уравнений. Равносильные системы и системы-	1				

	следствия					
95	Основные методы решения систем и совокупностей рациональных уравнений	1				
96	Основные методы решения систем и совокупностей иррациональных уравнений	1				
97	Основные методы решения систем и совокупностей показательных уравнений	1				
98	Основные методы решения систем и совокупностей показательных уравнений	1				
99	Основные методы решения систем и совокупностей логарифмических уравнений	1				
100	Основные методы решения систем и совокупностей логарифмических уравнений	1				
101	Применение систем к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	1				
102	Применение систем к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	1				

103	Применение неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	1				
104	Контрольная работа: "Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений"	1	1			
105	Рациональные уравнения с параметрами	1				
106	Рациональные неравенства с параметрами	1				
107	Рациональные системы с параметрами	1				
108	Иррациональные уравнения, неравенства с параметрами	1				
109	Иррациональные системы с параметрами	1				
110	Показательные уравнения, неравенства с параметрами	1				
111	Показательные системы с параметрами	1				
112	Логарифмические уравнения, неравенства с параметрами	1				
113	Логарифмические системы с параметрами	1				
114	Тригонометрические уравнения с параметрами	1				
115	Тригонометрические неравенства с параметрами	1				

116	Тригонометрические системы с параметрами	1				
117	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений с параметрами	1				
118	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью систем уравнений с параметрами	1				
119	Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью систем уравнений с параметрами	1				
120	Контрольная работа: "Задачи с параметрами"	1	1			
121	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения"	1				
122	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения"	1				
123	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Уравнения. Системы уравнений"	1				
124	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Неравенства"	1				
125	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Неравенства"	1				
126	Повторение, обобщение,	1				

	систематизация знаний: "Неравенства"					
127	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1				
128	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1				
129	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Производная и её применение"	1				
130	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Интеграл и его применение"	1				
131	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
132	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
133	Повторение, обобщение, систематизация знаний: "Функции"	1				
134	Итоговая контрольная работа	1	1			
135	Итоговая контрольная работа	1	1			
136	Повторение, обобщение, систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		136	10	0		

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

10 КЛАСС

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты
1.2	Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами
1.3	Выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений
1.4	Оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.5	Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции
2	Уравнения и неравенства
2.1	Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение
2.2	Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения
2.3	Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств
2.4	Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
2.5	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции
3.2	Оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули

	функции, промежутки знакопостоянства
3.3	Использовать графики функций для решения уравнений
3.4	Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем
3.5	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии
4.2	Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии
4.3	Задавать последовательности различными способами
4.4	Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Оперировать понятиями: множество, операции над множествами
5.2	Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.3	Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство

11 КЛАСС

Код проверяемого результата	**Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования**
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач
1.2	Оперировать понятием: степень с рациональным показателем
1.3	Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств

2.2	Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств
2.3	Находить решения простейших тригонометрических неравенств
2.4	Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач
2.5	Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств
2.6	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции, заданной графиком
3.2	Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств
3.3	Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений
3.4	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач
4.2	Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций
4.3	Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков
4.4	Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.5	Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла
4.6	Находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона – Лейбница
4.7	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ

10 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни
1.2	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.3	Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.4	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
2	Уравнения и неравенства
2.1	Тождества и тождественные преобразования
2.2	Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы
2.3	Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов
2.4	Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств
2.5	Решение иррациональных уравнений и неравенств
2.6	Решение тригонометрических уравнений
2.7	Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график.

	Свойства и график корня *n*-ой степени
3.4	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента
4	Начала математического анализа
4.1	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности
4.2	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.2	Определение, теорема, следствие, доказательство

11 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.3	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Преобразование выражений, содержащих логарифмы
2.2	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем
2.3	Примеры тригонометрических неравенств
2.4	Показательные уравнения и неравенства
2.5	Логарифмические уравнения и неравенства
2.6	Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений
2.7	Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств
2.8	Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.2	Тригонометрические функции, их свойства и графики

3.3	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.4	Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем
3.5	Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни
4	Начала математического анализа
4.1	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств
4.2	Производная функции. Геометрический и физический смысл производной
4.3	Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций
4.4	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.5	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком
4.6	Первообразная. Таблица первообразных
4.7	Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона – Лейбница

ПРОВЕРЯЕМЫЕ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Код проверяемого требования	**Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования**
1	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач
2	Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая

	прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряжённые комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя
3	Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
4	Умение оперировать понятиями: функция, чётность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определённый интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объёмы фигур с помощью

	интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений
5	Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7	Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии
8	Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять

	вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат
9	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трёхгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи
10	Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развёртка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость,

	касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения
11	Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объём) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в том числе: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объёмов подобных фигур
12	Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов
13	Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки

ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ, ПРОВЕРЯЕМЫХ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
1.3	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.4	Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
1.6	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
1.7	Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.8	Преобразование выражений
1.9	Комплексные числа
2	Уравнения и неравенства
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения
2.2	Иррациональные уравнения
2.3	Тригонометрические уравнения
2.4	Показательные и логарифмические уравнения
2.5	Целые и дробно-рациональные неравенства
2.6	Иррациональные неравенства
2.7	Показательные и логарифмические неравенства
2.8	Тригонометрические неравенства
2.9	Системы и совокупности уравнений и неравенств
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами
2.11	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы
3	Функции и графики

3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Чётные и нечётные функции. Периодические функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня *n*-ой степени
3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.5	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.6	Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
3.7	Последовательности, способы задания последовательностей
3.8	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов
4	Начала математического анализа
4.1	Производная функции. Производные элементарных функций
4.2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.3	Первообразная. Интеграл
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна
5.2	Логика
6	Вероятность и статистика
6.1	Описательная статистика
6.2	Вероятность
6.3	Комбинаторика
7	Геометрия
7.1	Фигуры на плоскости
7.2	Прямые и плоскости в пространстве
7.3	Многогранники
7.4	Тела и поверхности вращения
7.5	Координаты и векторы

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА
ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

Учебное пособие "Математика. Вероятность и статистика 10 класс. Базовый и углублённый уровень". Бунимович Е.А., Булычев В.А.,– М: Просвещение, 2023Учебное пособие "Математика. Вероятность и статистика 11 класс. Базовый и углублённый уровень". Бунимович Е.А., Булычев В.А.,– М: Просвещение, 2023.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Теория вероятностей 10 класс. Задачи и контрольные работы. / И Высоцкий

2. О теории вероятностей и статистике в школьном курсе / Бунимович Е.А., Булычев В.А., Высоцкий и др., / Математика в школе №7, Школьная пресса, 2009

3. Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики, / Математика в школе №5, Высоцкий И.В, Ященко И.В.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

• http://fipi.ru/ (сайт ФИПИ);

• http://school-collection.edu.ru/

• https://resh.edu.ru/

• https://ps.1sept.ru/ (сайт газеты «Первое сентября»);

• http://school-collection.edu.ru/

• http://ilib.mccme.ru/ (интернет-библиотека сайта Московского центра непрерывного математического образования);

• http://etudes.ru (математические этюды);

• http://kvant.mccme.ru/ (научно-популярный физико- математический журнал «Квант»);

• http://lib.mexmat.ru/books/3275 (электронная библиотека Московского государственного университета